$$[A + BCD]\left\{A^{-1} - A^{-1}B(C^{-1} + DA^{-1}B)^{-1}DA^{-1}\right\}$$

$$= I - B(C^{-1} + DA^{-1}B)^{-1}DA^{-1}$$

$$\quad - BCDA^{-1}B(C^{-1} + DA^{-1}B)^{-1}DA^{-1} + BCDA^{-1}$$

$$= I + BC\left\{-C^{-1}(C^{-1} + DA^{-1}B)^{-1} + I\right.$$

$$\left. -DA^{-1}B(C^{-1} + DA^{-1}B)^{-1}\right\}DA^{-1}$$

$$= I + BC\left\{[-C^{-1} + C^{-1} + DA^{-1}B - DA^{-1}B]\right\}DA^{-1}$$

$$= I$$

$$\Rightarrow A_{inv} = A^{-1} - A^{-1}B(C^{-1} + DA^{-1}B)^{-1}DA^{-1} \text{ is}$$

also a valid right-inverse provided that

(i) A^{-1} exists

(ii) C^{-1} exists

(iii) $(C^{-1} + DA^{-1}B)^{-1}$ exists